

# CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Realizado por: **Ing. Marcos Deorsola**

Editado, corregido y ampliado por: **Ing. Pablo Morcelle del Valle**

## 1. Conceptos básicos

Un imán es capaz de atraer y retener trozos de hierro. Este fenómeno se conocía ya antes de nuestra era; el imán natural más antiguo es la piedra de magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) encontrada en la ciudad de Magnesia (Asia Menor).

Cualquier imán tiene un polo norte y un polo sur. Estos nombres proceden del fenómeno prematuramente advertido de que un imán móvil se orienta aproximadamente en la dirección geográfica norte-sur. Por otra parte, la experiencia demuestra que los polos del mismo nombre se repelen y los de distinto nombre se atraen.

Cada imán comunica al espacio que lo rodea un estado especial que se denomina *campo magnético*. Este campo no se puede percibir directamente con los sentidos del hombre (compárese, por ejemplo, con el campo de gravitación de la tierra). Con la ayuda de pequeños trozos de hierro (limaduras de hierro) se puede representar de manera visible el campo magnético, dado que las partículas, debido a la fuerza ejercida sobre ellas, se disponen en determinadas líneas que se denominan *líneas de campo*, *de fuerza* o *de inducción*. Sin embargo, estas líneas pueden emplearse únicamente para describir cualitativa y cuantitativamente el campo, pero físicamente no representan nada real. El espacio comprendido entre dos líneas de fuerza está sometido también a la acción del campo. Se asignan a las líneas las propiedades siguientes:

- 1) Las líneas de fuerza son trayectorias cerradas sin principio ni fin; fuera del imán su dirección se fija del polo norte al polo sur.
- 2) La densidad de líneas de fuerza indica la intensidad del campo magnético.
- 3) La entrada y la salida de las líneas de fuerza en los trozos de hierro tienen lugar siempre perpendicularmente a la superficie del mismo.

La Figura 1 muestra un imán con sus correspondientes líneas de campo.

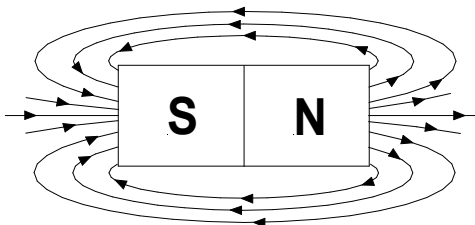


Figura 1 – Líneas de campo de un imán

## 2. Efectos magnéticos de la corriente

Al establecer una corriente continua en una bobina, como se ve en la Figura 2, se produce un campo magnético en el interior de la misma, cuyas líneas de campo o líneas de inducción tienen la dirección y el sentido indicado. Dichos dirección y sentido se pueden obtener fácilmente con la ayuda de la *regla del tirabuzón*, que se ilustra a la derecha de la mencionada figura.

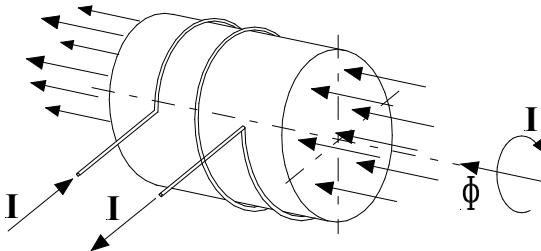


Figura 2 – Corriente en una bobina que da origen a un campo magnético

Pero el campo magnético existe también en el exterior de la bobina, aún cuando sus efectos son mucho más débiles, de lo que se deduce que es necesaria otra magnitud para dejarlo completamente determinado en todos los puntos del espacio en donde aparece. Esta magnitud es la *inducción magnética* o *densidad de flujo* que se indica con la letra **B** y se mide en *weber por metro cuadrado* [ $\text{Wb/m}^2$ ].

En definitiva, un campo magnético tiene, en cada punto donde existe, una dirección, un sentido y una magnitud. La dirección y el sentido del mismo se determinan con el sentido de la corriente que lo provoca, y la magnitud está dada por la inducción magnética en una cierta escala relativa que se ha fijado como referencia.

En algunos casos, en lugar de emplear la inducción magnética, se emplea el *flujo magnético* o *flujo de inducción* para señalar la acción magnética total en una superficie dada, que se indica con la letra  $\Phi$  y se mide en *weber* [Wb]. la relación correspondiente es:

$$\Phi = B \cdot S \quad (1)$$

donde  $\Phi$  : flujo magnético en [Wb]  
 $B$  : inducción magnética en [Wb/m<sup>2</sup>]  
 $S$  : sección recta de interés, perpendicular al flujo en [m<sup>2</sup>]

La fórmula (1) es válida si la inducción es constante en cualquier parte de la sección  $S$  considerada.

La Figura 3 muestra el llamado *anillo de Rowland*, consistente en un anillo circular sobre el cual están arrolladas en forma perfectamente uniforme y compacta  $N$  espiras por las que se encuentra la corriente  $i$ , denominada *corriente magnetizante*. Por métodos experimentales o analíticos se puede establecer que la inducción en el anillo vale:

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot i}{\ell} \quad (2)$$

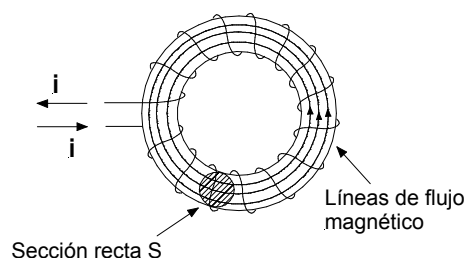


Figura 3 – Anillo de Rowland

El valor de  $B$  es la inducción magnética en [Wb/m<sup>2</sup>] y, si el anillo está arrollado en el vacío, el valor  $\mu_0$  se denomina *permeabilidad absoluta* o *permeabilidad del vacío*, y las mediciones físicas más ajustadas han dado como resultado el siguiente valor:

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

Si  $N$  es el número de espiras del anillo,  $i$  es la corriente presente en la bobina y  $\ell$  el largo de la línea media magnética (línea promedio de todas las líneas de inducción existentes), se define la magnitud  $H$  como:

$$H = \frac{N \cdot i}{\ell} \quad (3)$$

que se denomina *intensidad de campo* o *excitación magnética*. Dados  $i$  en *ampere* [A] y  $\ell$  en *metro* [m],  $H$  se mide en *ampere vuelta por metro* o simplemente en *ampere por metro* [A/m].

Si, en lugar del anillo de Rowland, tomamos una bobina recta en el vacío como ilustra la Figura 4, el valor de  $B$  en el centro de la bobina cumple con bastante aproximación la fórmula (2). Combinando las expresiones (2) y (3) se obtiene la relación:

$$B = \mu_0 \cdot H$$

que es lineal debido a que  $\mu_0$  es una constante.

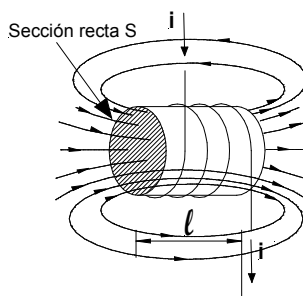


Figura 4 – Bobina recta

### 3. Materiales ferromagnéticos

Si la bobina de la Figura 4 se encuentra enrollada sobre un núcleo de hierro como muestra la Figura 5, las líneas de campo se “encauzan” por él; y las experiencias revelan que el valor de **B** cambia, y la expresión (2) se transforma en la siguiente:

$$B = \mu \frac{N \cdot i}{l} \quad (4)$$

donde  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$

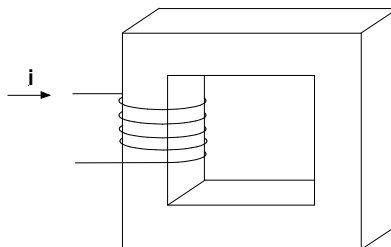


Figura 5 – Bobina enrollada sobre un núcleo de hierro

El número  $\mu_r$  no es más que un coeficiente adimensional que indica la relación entre la permeabilidad del vacío  $\mu_0$  y la permeabilidad  $\mu$  de la sustancia colocada en el campo magnético, y se denomina *permeabilidad relativa*.

Combinando las expresiones (3) y (4) resulta:

$$B = \mu H \quad (5)$$

El valor de  $\mu$ , a diferencia del coeficiente  $\mu_0$ , **no es constante** y su variación resulta en una relación **no lineal** entre **B** y **H**. En la Figura 6 se muestran las denominadas *curvas de imantación*  $B = f(H)$  con las cuales se trabaja normalmente en el cálculo de los circuitos magnéticos.

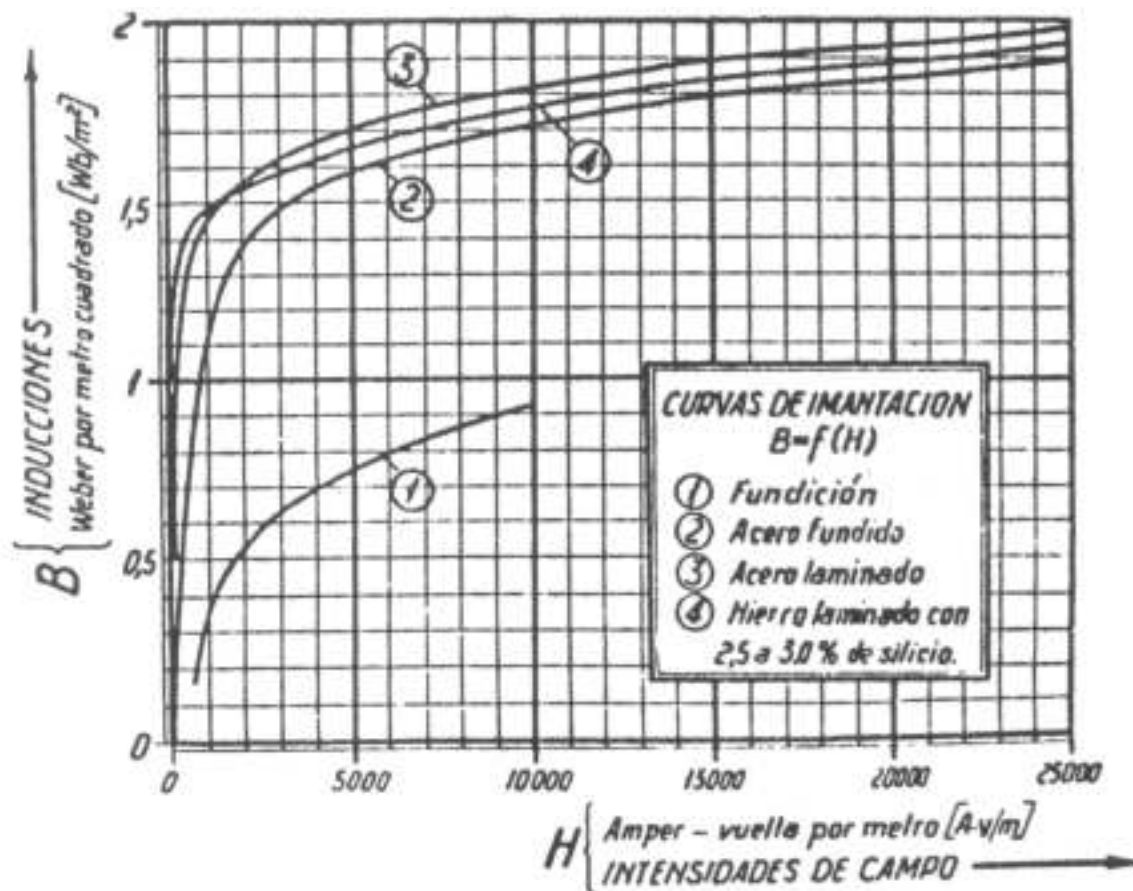


Figura 6 – Curvas de imantación para diferentes materiales ferromagnéticos

#### 4. Ley de Hopkinson

Si se reemplaza la fórmula (4) en la (1) queda:

$$\Phi = B \cdot S = \mu \frac{N \cdot i}{l} S$$

o, reordenando:

$$\Phi = \frac{N \cdot i}{\frac{l}{\mu S}} \quad (6)$$

que constituye la ley de Hopkinson.

Al valor  $N \cdot i$  se lo llama *fuerza magnetomotriz*, cuya unidad es el *ampere-vuelta* [Av], y a veces se lo indica como **fmm**; mientras que a  $\frac{l}{\mu S}$  se lo llama *reluctancia*, y se indica con  $\mathcal{R}$ .

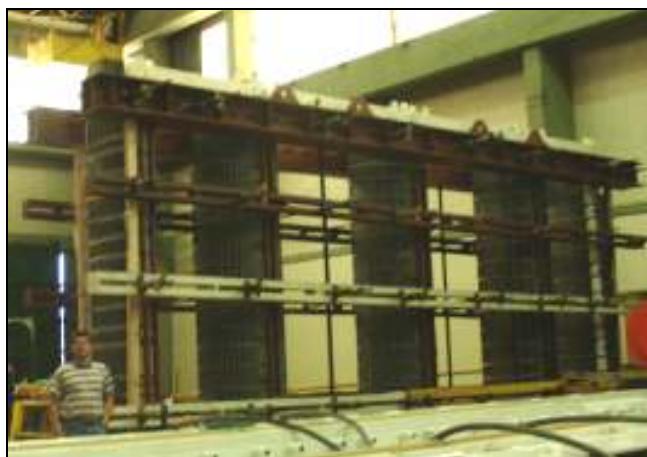
La fórmula (6) adopta entonces la forma  $\Phi = \frac{\text{fmm}}{\mathcal{R}}$  que, por su similitud con la ley de Ohm para circuitos eléctricos, se conoce también como *ley de Ohm para circuitos magnéticos*.

La característica alinear de  $\mu$  respecto de  $B$  ocasiona algunas dificultades para la resolución de los circuitos magnéticos:

- Si el flujo  $\Phi$  es dato, se puede determinar inmediatamente  $B = \frac{\Phi}{S}$  y, con el uso del gráfico B-H, se determina el valor de  $H$ , y consecuentemente  $\mu$ . La reluctancia  $\mathcal{R}$  se obtiene mediante la relación  $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$ . Conociendo el número de espiras de la bobina en estudio, el valor de la corriente  $i$  se calcula aplicando directamente la ley de Hopkinson. Muchas veces se denomina a esta situación *problema directo*.
- Si la corriente  $i$  es dato (lo mismo que decir que la **fmm** es dato), la determinación del flujo  $\Phi$  requiere un cálculo por aproximaciones; es decir, se supone un valor de flujo, luego se calcula  $B$ ,  $\mu$  y  $\mathcal{R}$ . Luego, con el valor de  $N \cdot i$  resultante se verifica el valor del flujo supuesto y, si se requiere, se corrige dicho valor. El proceso se repite tantas veces como sea necesario hasta obtener el resultado con valores por debajo del error deseado. Esta situación se suele denominar *problema inverso*.

Otra forma de resolución del mismo problema contempla un método gráfico. Muchas veces se combinan ambos métodos para hallar determinada solución.

La Foto 1 muestra el núcleo de un circuito magnético en construcción, correspondiente a un transformador trifásico de potencia. La Foto 2 presenta un circuito magnético correspondiente a un transformador de medición de tensión, en el cual se observa el núcleo magnético laminado y uno de los arrollamientos (de baja tensión).



**Foto 1** – Núcleo magnético de un transformador trifásico de potencia



**Foto 2** – Circuito magnético de un transformador de medición

## 5. Leyes de Kirchhoff para circuitos magnéticos

Junto a la ley de Hopkinson se verifican, para un circuito magnético, las siguientes leyes:

- a) La suma algebraica de los flujos magnéticos en un nudo del circuito es igual a cero.

$$\sum_i \Phi_i = 0$$

- b) La suma algebraica de las fuerzas magnetomotrices en una malla de un circuito es igual a la suma algebraica de las *caídas magnéticas* en dicha malla.

$$\sum_i f_{mm_i} = \sum_j H_j \cdot \ell_j$$

Estas leyes se conocen como *primera y segunda ley de Kirchhoff para circuitos magnéticos*, en la cual las caídas magnéticas se refieren a los productos  $H \cdot \ell$ .

## 6. Circuito magnético con entrehierro

La Figura 7 representa un circuito magnético simple con entrehierro.

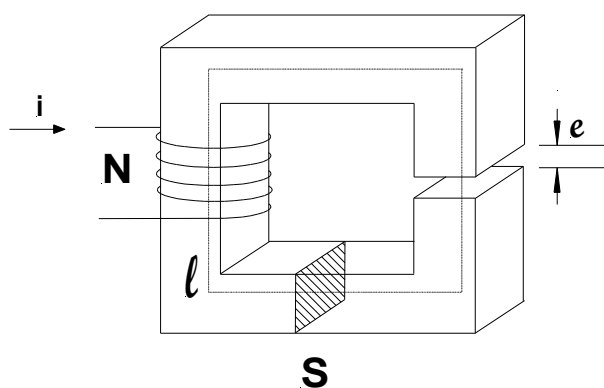


Figura 7 – Circuito magnético con entrehierro

Para resolver el mismo debe tenerse presente que la permeabilidad magnética es diferente en el hierro que en el entrehierro (aire).

Dado que el flujo es el mismo para todo el circuito (una sola malla), el valor de  $B$  en cualquier parte del hierro de sección  $S$  constante vale  $B = \frac{\Phi}{S}$ .

En el entrehierro se comprueba que las líneas de inducción se expanden como se muestra en la Figura 8, con lo que la sección  $S_e$  resulta algo mayor que  $S$ , y el valor de  $B$  en el entrehierro resulta  $B_e = \frac{\Phi}{S_e}$ . Sin

embargo, para valores de  $e$  suficientemente pequeños, se considera  $B = B_e$ , simplificándose los cálculos correspondientes.

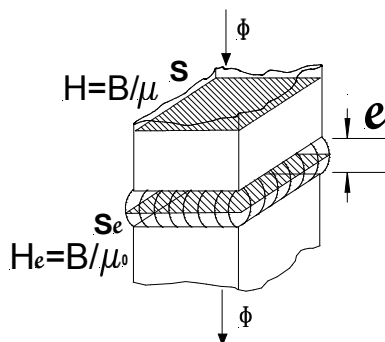


Figura 8 – Expansión de las líneas de inducción en el entrehierro

El valor de  $H$  en el hierro es  $H = \frac{B}{\mu}$ , mientras que en el entrehierro resulta  $H_e = \frac{B_e}{\mu_0}$ .

Haciendo uso de las “leyes de Kirchhoff para circuitos magnéticos”, se obtiene la siguiente relación:

$$Ni = H \cdot \ell + H_e \cdot e$$

## 7. Energía almacenada en el campo magnético

Recordando que cuando se establece una corriente  $i$  en las  $N$  espiras de una inductancia  $L$ , la energía cedida al campo magnético está dada por la expresión

$$w = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

y teniendo en cuenta que, por definición,  $L = \frac{N \cdot \Phi}{i}$ ; y que  $N \cdot i = H \cdot \ell$  y  $\Phi = B \cdot S$ , se concluye que

$$w = \frac{1}{2} H B \cdot \ell \cdot S$$

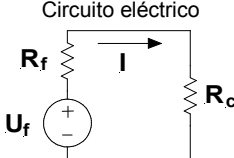
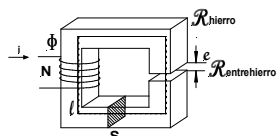
Es decir que

$$\frac{w}{\ell \cdot S} = \frac{1}{2} H B = \frac{1}{2} \mu H^2$$

que representa la energía almacenada en el volumen de altura  $\ell$  y sección  $S$ , recorrido y atravesado respectivamente por el flujo magnético  $\Phi$ .

## 8. Magnitudes del campo magnético

Mediante estudios minuciosos se ha comprobado que existe una amplia analogía entre las magnitudes eléctricas y las magnéticas, algunas de las cuales ya se han presentado. La tabla siguiente resume esta analogía que facilita el estudio de los circuitos magnéticos a partir de la construcción de un circuito eléctrico equivalente.

Electricidad	Magnetismo
Corriente eléctrica $I$	Flujo magnético $\Phi$
Fuerza electromotriz <b>fem</b> = $U_f$	Fuerza magnetomotriz <b>fmm</b> = $N \cdot i$
Caída de tensión $U$	Caída magnética $H \cdot \ell$
Resistencia $R$	Reluctancia $\mathcal{R}$
Ley de Ohm $I = \frac{U}{R}$	Ley de Hopkinson $\Phi = \frac{H \cdot \ell}{\mathcal{R}}$
Conductividad $\sigma = \frac{1}{\rho}$	Permeabilidad $\mu$
Expresión de la resistencia $R = \rho \frac{\ell}{S} = \frac{\ell}{\sigma \cdot S}$	Expresión de la reluctancia $\mathcal{R} = \frac{\ell}{\mu \cdot S}$
Densidad de corriente $J = \frac{I}{S}$	Densidad de flujo $B = \frac{\Phi}{S}$
Leyes de Kirchhoff “eléctricas” $\sum_i I_i = 0$ $\sum_i U_{f_i} = \sum_j I_j \cdot R_j$	Leyes de Kirchhoff “magnéticas” $\sum_i \Phi_i = 0$ $\sum_i fmm_i = \sum_j H_j \cdot \ell_j$
Circuito eléctrico 	Circuito magnético 

## 9. Referencias

“Circuitos eléctricos y magnéticos”. Marcelo Sobrevila. Ediciones Marymar.